**Тема 20 Задание для студентов первого курса по дисциплине Математика**

**Тема 20 Решение рациональных неравенств методом интервалов**

Рассмотрим примеры решения рациональных неравенств методом интервалов.

Пример 1. Решить неравенство (х – 2)(х + 3)4(5 – 2х)5 ≥ 0

РЕШЕНИЕ. Решим неравенство методом интервалов:

1. найдём нули многочлена левой части неравенства.

Для этого решим уравнение (х – 2)(х + 3)4(5 – 2х)5 = 0.

Известно, что произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю. Значит, решим совокупность уравнений х – 2 = 0; (х + 3)4 = 0;

5 – 2х = 0; х5 = 0. Получим корни х = 2; х = – 3 чётной кратности, х = 2,5;

х = 0 нечётной кратности.

2. на числовой прямой отметим найденные нули, причём число х = – 3 отметим петелькой в силу его чётной кратности.

Неравенство содержит нестрогий знак, значит, точки отметим закрашенными кружочками. Определим знак старшего коэффициента многочлена. Для этого определим знак произведения старших коэффициентов каждого множителя в соответствующей степени. Так как, нам не важно знать числовое значение такого произведения, то при положительном знаке можно поставить 1, а при отрицательном – 1. Важно помнить, что в произведении знак перед многочленом тоже необходимо учитывать. В нашем многочлене имеем произведение 1 · 1 · 14 · (– 1) · 15= – 1. Получили отрицательный результат, следовательно, в крайний правый промежуток числовой прямой надо поставить знак « – ». Далее знаки чередуем справа налево, как показано на чертеже.

3. на числовой прямой выделим промежутки, содержащие знак « + », так как в неравенстве стоит знак больше или равно ( ≥). Точки выделенных промежутков и являются решением неравенства.

Ответ: х принадлежит лучу меньше нуля (< 0) и отрезку от 2 до 2,5.

Пример 2.Решить неравенство – (x + 1)х2 (4х + 3)3(4 - х)4 < 0

РЕШЕНИЕ. Решим неравенство методом интервалов.

1. найдём нули многочлена левой части неравенства.

Для этого решим уравнение – (x + 1)х2(4х + 3)3(4 – х)4 = 0.

Известно, что произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю. Значит, решим совокупность уравнений х + 1 = 0; х2 = 0;

(4х + 3)3 = 0; (4 - х)4 = 0. Получим корни х = – 1; х = 0 чётной кратности, х = – 0,75 нечётной кратности, х = 4 чётной кратности.

2. на числовой прямой отметим найденные нули, причём числа х = 0 и х = 4 отметим петелькой в силу их чётной кратности. Неравенство содержит строгий знак, значит, точки отметим выколотыми кружочками. Определим знак старшего коэффициента многочлена. Для этого определим знак произведения старших коэффициентов каждого множителя в соответствующей степени. Так как, нам не важно знать числовое значение такого произведения, то при положительном знаке можно поставить 1, а при отрицательном – 1.

Важно помнить, что в произведении знак перед многочленом тоже необходимо учитывать. В нашем многочлене имеем произведение – 1 · 1 · 12 · 13 · (–1)4 = – 1. Получили отрицательный результат, следовательно, в крайний правый промежуток числовой прямой надо поставить знак « – ». Далее знаки чередуем справа налево, как показано на чертеже.

3. на числовой прямой выделим промежутки, содержащие знак « – », так как в неравенстве стоит знак меньше. Решением неравенства являются все числа из выделенных промежутков.

Ответ: х принадлежит открытым лучам меньше – 1 и больше 4, а также интервалам от

- 0,75 до нуля и от нуля до 4.

Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{x^{2}-4}{x^{2}-7x +12}}$$

Выражение стоящее под знаком корня должно быть неотрицательным, поэтому запишем неравенство

D(f): $\frac{x^{2}-4}{x^{2}- 7x+12}\geq 0$

Дробь неотрицательна, если числитель и знаменатель имеют одинаковые знаки, поэтому заменим дробь произведением числителя на знаменатель

(x2 - 4)(x2 -7x +12)$ \geq $ 0

Найдём корни уравнения (x2 - 4)(x2 -7x +12)$ = $0

x2 - 4 = 0 или x2 -7x +12 = 0.

получим x1  = 2; x2 = -2 ; x3 = 3; x4 = 4

Отметим корни на числовой прямой

---------------$-$--------------------------------------------------------------------

 -2 2 3 4

определяем знаки в интервалах и записываем ответ, сделайте это самостоятельно, такие задания мы решали в феврале, когда изучали функции.

Задания для решения

1. Найти область определения функции.

Y ==$\sqrt{\frac{x-3)(x+2)}{4x-5}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{\left(x+4\right)\left(2x-3\right)}{5x-2}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{(3x-4)(x+2)}{3x-5)}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{9x+3)(2x-6)}{x+4}}$

1. Найти область определения функции.

Y = $\sqrt{\frac{(7x-2)(5x-3}{2-x}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{(8x-2)(5x+1)}{7-x}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{\left(5-x\right)\left(8+x\right)}{2x-5}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{5-x}{\left(3+x\right)\left(4+x\right)}}$

1. Найти область определения функции.

Y = $\sqrt{\frac{6-x}{\left(x+2\right)\left(4x+2\right)}}$

1. Найти область определения функции.

Y =$\sqrt{\frac{((5-x)(10x-5)}{6x+3}}$