**Тема 18: Решение показательных уравнений**

Тема изучалась в сентябре, можно посмотреть старые конспекты.

Задания по этой теме будут в на экзаменах.
Показательными называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени. Простейшее показательное уравнение имеет вид: ах= аb, где а> 0, а  1, х - неизвестное.

Основные свойства степеней, при помощи которых преобразуются показательные уравнения:  а>0, b>0.

1. а0 = 1, а1= а.
2. a-n = 1/ аn
3. an× am = an+m
4. an/am = an-m
5. (an)m = an-m
6. (ab)n = an×bn
7. (a/b)n = an/bn.

При решении показательных уравнений используют два основных метода:

1. переход от уравнения af(x) = ag(x) к уравнению f(x) = g(x);
2. введение новых переменных.

**Примеры.**

1. Уравнения, сводящиеся к простейшим. Решаются приведением обеих частей уравнения к степени с одинаковым основанием.

3x = 9x – 2.

**Решение:**3x = (32)x – 2;
3x = 32x – 4;
x = 2x –4;
x = 4.

**Ответ:** 4.

2. Уравнения, решаемые с помощью вынесения за скобки общего множителя.

3x – 3x-2 = 24.

**Решение:**

3x – 3x – 2 = 24
3x – 2(32– 1) = 24
3x – 2× 8 = 24
3x – 2= 3
x – 2 = 1
x = 3.

**Ответ:** 3.

3. Уравнения, решаемые с помощью замены переменной.

4x + 2x= 12.

**Решение:**

22x + 2x– 12 = 0
Обозначаем 2x = у.
y2 + y – 12 = 0
y1 = - 4; y2 = 3.
a) 2x = - 4.Уравнение не имеет решений, т.к. 2х> 0.
б) 2x = 3; 2x= 2log23; x = log23.

**Ответ:** log23.

4. Уравнения, содержащие степени с двумя различными (не сводящимися друг к другу) основаниями.

3 × 2х + 1 - 2 × 5х – 2 = 5х + 2х – 2.

Решение:

3× 2х + 1 – 2х – 2 = 5х – 2 × 5х – 2
2х – 2 ×23 = 5х – 2
×23
2х – 2 = 5х – 2
(5/2)х– 2 = 1
х – 2 = 0
х = 2.

**Ответ:**2.

# Показательные неравенства

Знакомство с этой темой мы начнем с самых простых показательных неравенств.

1. 2x > 8

Так же, как и при решении простейших показательных уравнений, представим правую часть в виде степени числа 2:

2x > 23

Когда я спрашиваю школьников, что делать дальше, они обычно отвечают: «Убрать основания!» Я не против такой формулировки, просто надо четко представлять себе, почему мы так делаем. А для этого — вспомним, как выглядит график показательной функции y = 2x.


Видим, что эта функция монотонно возрастает, то есть большему значению x отвечает большее значение y. И наоборот, если 2x1 > 2x2, то x1 > x2 . Итак, от неравенства 2x > 23 можно перейти к алгебраическому неравенству x > 3.

Ответ: .

2. Следующее неравенство:

2x > 7

Так же, как и в предыдущем примере, представим правую часть в виде значения показательной функции. Как это сделать? С помощью логарифма, конечно:
7 = 2log27.

Получаем:

2x > 2log27;

x > log27.

3. Еще одно неравенство:



Здесь правую часть удобно представить как .

.

Вспомним, как выглядит график функции :



Эта функция монотонно убывает (так как основание степени меньше единицы), поэтому большее значение функции соответствует меньшему значению аргумента. То есть из неравенства  следует, что x < 4. Знак неравенства меняется!

4. Решите неравенство **







Умножим обе части неравенства на 

Сделаем замену  Получили квадратичное неравенство относительно переменной t.









**Внимание.** Сначала решаем неравенство относительно переменной t. Только после этого возвращаемся к переменной х. Запомнили?

Разложим левую часть неравенства на множители.



где  и  — корни квадратного уравнения  Получим:







Только теперь возвращаемся к переменной х.



 «Отбрасываем» основания степеней и получаем ответ.



Ответ: ![x\in \left [-1;2\right] ]()

Задания для решения

1. Решить неравенство: 5х+1+5х+5х – 1 ≤ 31.
2. Решить неравенство: 271-х ≥$\frac{1}{81}$.
3. Решить неравенство: 82х+1 > 0,125.
4. Решить неравенство: 3х+2 – 5·3х ≤ 36.
5. Решить неравенство: 36 · 2163х+1 ≥ 1.
6. Решить неравенство:1002х+1 < 0,1.
7. Решить неравенство:$\frac{1}{27}$≤ 32 – х< 27.
8. Решить неравенство:
9. Решить неравенство:271+2х >$ \left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{9}\right)$2+х.
10. Решить неравенство:9 · 811 - 2х ≥ 272 – х.