**Тема 7 Уравнение касательной к графику функции**

Рассмотрим задачу нахождения касательной к [**графику функции**](http://www.mathprofi.ru/grafiki_i_svoistva_funkcij.html) в данной точке. Это задание встречалось нам в школе, и оно же встречается в курсе высшей математики.

Рассмотрим «демонстрационный» простейший пример.

Составить уравнение касательной к графику функции  в точке с абсциссой . Я сразу приведу готовое графическое решение задачи (на практике этого делать в большинстве случаев не надо):



Строгое определение касательной даётся с помощью [**определения производной функции**](http://www.mathprofi.ru/opredelenie_proizvodnoi_smysl_proizvodnoi.html), но пока мы освоим техническую часть вопроса. Наверняка практически всем интуитивно понятно, что такое касательная. Если объяснять «на пальцах», то касательная к графику функции – это [**прямая**](http://www.mathprofi.ru/uravnenie_pryamoi_na_ploskosti.html), которая касается графика функции в **единственной** точке. При этом все близлежащие точки прямой расположены максимально близко к графику функции.

Применительно к нашему случаю: при  касательная  (стандартное обозначение) касается графика функции в единственной точке .

И наша задача состоит в том, чтобы найти уравнение прямой .

**Как составить уравнение касательной в точке с абсциссой ?**

Общая формула знакома нам еще со школы:



Значение  нам уже дано в условии.

Теперь нужно вычислить, чему равна **сама функция** в точке :


На следующем этапе находим производную:


Находим производную в точке (задание, которое мы недавно рассмотрели):


Подставляем значения ,  и  в формулу :



Таким образом, уравнение касательной:


Это «школьный» вид уравнения прямой с угловым коэффициентом. В высшей математике [**уравнение прямой на плоскости**](http://www.mathprofi.ru/uravnenie_pryamoi_na_ploskosti.html) принято записывать в так называемой *общей форме* , поэтому перепишем найденное уравнение касательной в соответствии с традицией:


Очевидно, что точка  должна удовлетворять данному уравнению:

 – верное равенство.

Следует отметить, что такая проверка является лишь частичной. Если мы неправильно вычислили производную в точке , то выполненная подстановка нам ничем не поможет.

Рассмотрим еще два примера.

Пример 5

Составить уравнение касательной к графику функции  в точке с абсциссой 

Уравнение касательной составим по формуле 

1) Вычислим значение функции в точке :


2) Найдем производную. Дважды используем правило дифференцирования сложной функции:


3) Вычислим значение производной в точке :


4) Подставим значения ,  и  в формулу

Уравнение касательной к графику функции  в точке  (см. рис. 1) имеет вид:





Рис. 1. Касательная к графику функции  в точке .

Угол наклона касательной связан с производной следующим образом:

 . Уравнение касательной полностью определяется значением абсциссы  , поэтому все задачи на касательную, сложные или несложные, связаны с тем,  чтобы найти точку . Одним из типов задач на касательную являются приближенные вычисления. В окрестности точки  значение функции в точке  и значение ординаты касательной в точке отличаются на малую величину. На этом была основана вся теория приближенных вычислений.

Существуют многочисленные задачи на применение касательной.

1, Составить уравнение касательной к графику функции в заданной точке:

1) y = x2 -3x + 4 x0 = 2.

2) y = 3x2  + 6x -8 x0  = -3

3) y = 4x2  - 5x + 6 x0  = -1

4) Y = 2x3+6x2 - 4x + 3 x0  = 4

5) y = x3 -7x2 + 2x -9 x0 = -2

2. Вычислить острый угол, под которым парабола пересекает ось абсцисс:

1) y = x2 - 4

2) y = x2 - 9

3. Найти острый угол между параболами в той точке их пересечения, которая имеет положительную абсциссу:

1) y = x2

 y = 2 - x2

2) ) y = x2

 y = 8 - x2

3) y = -3x2

 y = x2 - 4